

Документ подписан простой электронной подписью
 Информация о владельце:
 ФИО: Косенок Сергей Михайлович
 Должность: ректор
 Дата подписания: 03.07.2026 09:20:38
 Уникальный программный ключ:
 e3a68f3eaa1e62674b54f4998099d3d6bdfcf836

Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

Высшая алгебра и аналитическая геометрия

Код, направление подготовки	04.05.01 ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И ПРИКЛАДНАЯ ХИМИЯ
Направленность (профиль)	Аналитическая химия
Форма обучения	Очная
Кафедра-разработчик	Прикладной математики
Выпускающая кафедра	Химии

Типовые задания для контрольной работы

- Решить систему уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} 2x - 4y + 9z - 28 = 0 \\ 7x + 3y - 6z + 1 = 0 \\ 7x + 9y - 9z - 5 = 0 \end{cases}$$
- а) Найти общее решение и одно частное решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = -2 \end{cases}$$
- б) Найти фундаментальную систему решений и общее решение для соответствующей однородной системы уравнений.
- Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 10 & 2 \\ 10 & 7 \end{pmatrix}$$
- Привести к главным осям квадратичную форму: $f(x_1, x_2, x_3) = 17x_1^2 + 12x_1x_2 + 8x_2^2 + 7x_3^2$.
- Даны координаты вершин треугольника: A(2,4), B(7,6), C(4,0). Найти: 1) уравнение прямой AB, 2) угол между сторонами AB и AC, 3) уравнение высоты, опущенной из вершины C на сторону AB, 4) длину высоты, опущенной из вершины C на сторону AB, 5) уравнение медианы, проведенной из вершины B, 6) уравнение прямой, проходящей через вершину C и параллельной прямой AB.
- Даны координаты вершин пирамиды: A(1, 3, 2), B(-1, -1, 2), C(2, -2, 3), D(4, 0, 5). Найти: 1) уравнение грани ABC, 2) уравнение прямой AD, 3) угол между ребром AD и гранью ABC, 4) уравнение высоты, опущенной из вершины D на грань ABC, 5) длину высоты, опущенной из вершины D на грань ABC, 6) площадь треугольника ABC, 7) объем тетраэдра ABCD.
- Определить линию, задаваемую следующим уравнением: $16x^2 + 25y^2 + 32x - 100y - 284 = 0$. Найти координаты центра C, фокусов, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис. Сделать чертеж.

Типовые вопросы к экзамену

- Матрицы и их приложения. Операции над матрицами. Свойства операций над матрицами.
- Определители 2-го и 3-го порядка. Свойства определителей.
- Формулы Крамера для решения неоднородной СЛАУ произвольного порядка
- Перестановки, подстановки, их четность, нечетность.
- Понятие определителя произвольного порядка. Минор и алгебраическое дополнение. Теорема Лапласа, ее следствие. Способы вычисления определителей произвольного порядка. Теорема об определителе произведения двух квадратных матриц.

6. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы. Решение неоднородной СЛАУ матричным способом.
7. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Методы нахождения ранга матрицы.
8. Теорема Кронекера – Капелли. Решение неоднородных СЛАУ. Метод Гаусса.
9. Однородные СЛАУ. Свойства решений однородной СЛАУ. Подпространство решений однородной СЛАУ. Базис и размерность подпространства решений однородной СЛАУ.
10. N-мерное линейное векторное пространство. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость векторов. Ранг системы векторов. Теоремы о ранге системы векторов.
11. Базис, размерность системы векторов. Теорема о размерности конечномерных векторных пространств. Координаты вектора в базисе. Переход к новому базису.
12. Линейные операторы. Матрица оператора. Матрица оператора в новом базисе.
13. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен оператора. Теорема о собственных векторах, относящихся к различным собственным значениям.
14. Симметричные операторы. Свойство матрицы симметричного оператора. Свойства собственных значений и собственных векторов симметричного оператора. Алгоритм нахождения канонической матрицы и канонического базиса симметричного оператора.
15. Квадратичная форма, ее матрица и ранг. Матрица квадратичной формы после выполнения линейного преобразования.
16. Канонический вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к главным осям.
17. Векторы, операции над ними, свойства операций.
18. Линейная зависимость векторов.
19. Базис, система координат. Декартова и полярная СК.
20. Проекция вектора на ось, координаты и модуль вектора. Линейные операции над векторами, заданными координатами.
21. Скалярное произведение векторов. Свойства и геометрическое применение скалярного произведения векторов.
22. Векторное произведение векторов. Свойства и геометрическое применение векторного произведения векторов.
23. Смешанное произведение векторов. Свойства и геометрическое применение смешанного произведения векторов.
24. Преобразования координат на плоскости и в пространстве. Деление отрезка в данном отношении.
25. Общее уравнение прямой на плоскости. Исследование общего уравнения прямой.
26. Каноническое, параметрическое уравнения прямой на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Переход от одного типа уравнения к другому.
27. Нормальное уравнение прямой на плоскости. Отклонение и расстояние от точки до плоскости.
28. Угол между прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
29. Эллипс. Каноническое уравнение эллипса.
30. Гипербола. Каноническое уравнение гиперболы. Асимптоты гиперболы.
31. Парабола. Каноническое уравнение параболы.
32. Эксцентриситет и директрисы для кривых 2-го порядка.
33. Общее уравнение плоскости. Исследование общего уравнения плоскости.
34. Нормальное уравнение плоскости. Отклонение и расстояние от точки до плоскости.
35. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
36. Общее, каноническое, параметрическое уравнения прямой в пространстве. Переход от одного типа уравнения к другому.
37. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
38. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.